



รหัสวิชา 39 คณิตศาสตร์

สอบวันเสาร์ที่ 5 มกราคม 2556

เวลา 11.00 - 12.30 น.

ชื่อ - นามสกุล เลขที่นั่งสอบ

สถานที่สอบ ห้องสอบ

เอกสารนี้ สงวนลิขสิทธิ์ของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน)

การทำซ้ำหรือดัดแปลงหรือเผยแพร่งานดังกล่าว จะถูกดำเนินคดีตามกฎหมาย

สถาบันฯ จะย่อยทำลายข้อสอบและกระดาษคำตอบทั้งหมด หลังจากประกาศผลสอบแล้ว 3 เดือน

คำชี้แจง

แบบทดสอบนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ โดยจะนำผลที่ได้ไปใช้ประกอบการพิจารณาคัดเลือกบุคคลเข้าศึกษาในสถาบันอุดมศึกษาในระบบรับตรง ปีการศึกษา 2556

ลักษณะแบบทดสอบ แบบทดสอบฉบับนี้มี 9 หน้า แบ่งเป็น 2 ตอน

ตอนที่ 1	แบบบรรยายตัวเลขที่เป็นคำตอบ	จำนวน 10 ข้อ
ตอนที่ 2	แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด	จำนวน 20 ข้อ

วิธีการตอบ ให้ใช้ดินสอดำ 2B ระบายในวงกลมที่เป็นคำตอบในกระดาษคำตอบ

เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

ตอนที่ 1	ข้อ 1 - 10	ข้อละ 2 คะแนน
ตอนที่ 2	ข้อ 11 - 30	ข้อละ 4 คะแนน

ข้อปฏิบัติในการสอบ

- เขียนชื่อ-นามสกุล เลขที่นั่งสอบ สถานที่สอบ และห้องสอบ บนหน้าปกแบบทดสอบ
- ตรวจสอบชื่อ-นามสกุล เลขที่นั่งสอบ รหัสวิชาที่สอบ เลขประจำตัวประชาชน 13 หลัก ในกระดาษคำตอบว่าตรงกับตัวผู้สอบหรือไม่ กรณีที่ไม่ตรงให้แจ้งผู้คุมสอบเพื่อขอกระดาษคำตอบสำรองแล้วกรอก / ระบายให้ถูกต้องสมบูรณ์
- อ่านคำแนะนำวิธีการตอบข้อสอบให้เข้าใจ แล้วตอบข้อสอบด้วยตนเองและไม่เอื้อให้ผู้อื่นคัดลอกคำตอบได้
- เมื่อสอบเสร็จ ให้สอดกระดาษคำตอบไว้ในแบบทดสอบ
- ไม่อนุญาตให้ผู้เข้าสอบออกจากห้องสอบ ก่อนหมดเวลาสอบ
- ไม่อนุญาตให้ผู้คุมสอบเปิดอ่านข้อสอบ

ตอนที่ 1 แบบบรรยายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ**ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน**

1. จำนวนเต็มที่สุดคคืออกกับสมการ $\frac{(x+1)(x-3)}{x(2x+1)} \leq 0$ มีทั้งหมดกี่จำนวน (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

2. กำหนดให้ $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 12$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

ถ้า $2i$ เป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$ แล้ว $P(1)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

3. กำหนดให้ a และ b เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุม A และมุม B ของรูปสามเหลี่ยม ABC ตามลำดับ

ถ้า $2b = 3a$ และ $\hat{B} = 2\hat{A}$ แล้ว $\cos A$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

4. ถ้า $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ และ $\vec{v} \times \vec{w} = \vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$

แล้วค่าของ $(\vec{v} \times \vec{u}) \cdot \vec{w}$ เท่ากับเท่าใด (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

5. ถ้า x, y, z สอดคล้องกับระบบสมการ

$$x - 2y + 3z = a$$

$$x - 3y = b$$

$$2x - 5y + 5z = c$$

และ $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & a \\ 1 & -3 & 0 & b \\ 2 & -5 & 5 & c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ แล้ว c มีค่าเท่ากับเท่าใด (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

6. $(\log_7 625)(\log_5 343)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

7. ตารางแจกแจงความถี่สะสมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นดังนี้

คะแนนสอบ	ความถี่สะสม (คน)
10 - 19	10
20 - 29	35
30 - 39	80
40 - 49	145
50 - 59	185
60 - 69	195
70 ขึ้นไป	200

ถ้าสุ่มเลือกนักเรียนมาหนึ่งคนจากกลุ่มนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่ได้คะแนนสอบในช่วง 50-59 คะแนน เท่ากับเท่าใด (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

8. ต้องการสร้างจำนวนที่มี 7 หลัก จากเลขโดด 7 ตัว คือ 1, 2, 3, 3, 4, 5, 6 โดยให้เลข 3 สองตัวอยู่ติดกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

9. ถ้า $a_n = \frac{n^3}{n^2+2} - \frac{n^2}{n+3}$ เมื่อ $n=1,2,3,\dots$
แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

10. ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ บนช่วง $[-1, 2]$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด

จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

11. ถ้า $S = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่สุดคคี่ของกับสมการ } \log x(x-15) \leq 2\}$
แล้วจำนวนสมาชิกของเซต S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)
- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. 10 | 2. 12 | 3. 14 |
| 4. 24 | 5. 26 | |
12. กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็มบวก
ถ้า ห.ร.ม. ของ a และ 2520 เท่ากับ 60 และ ค.ร.น. ของ a และ 420 เท่ากับ 4620
แล้ว a อยู่ในช่วงในข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)
- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 1. [200,350) | 2. [350,500) | 3. [500,650) |
| 4. [650,800) | 5. [800,950) | |
13. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 4 ซึ่งมีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริงและสัมประสิทธิ์ของ x^4 เท่ากับ 1
ถ้า z_1 และ z_2 เป็นรากที่ 2 ของ $2i$ และเป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$ ด้วย
แล้ว $P(1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)
- | | | |
|------|-------|------|
| 1. 3 | 2. 5 | 3. 7 |
| 4. 9 | 5. 10 | |
14. ในระบบพิกัดฉากที่มี O เป็นจุดกำเนิด วงรีรูปหนึ่งมีสมการเป็น $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$
ถ้า F_1 และ F_2 เป็นจุดโฟกัสของวงรีรูปนี้ โดยที่ $OF_1 > OF_2$ แล้วระยะทางจากจุด F_2
ไปยังเส้นตรงที่ผ่านจุด F_1 และ $(0,5)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)
- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1. $\frac{19}{5}$ หน่วย | 2. $\frac{21}{5}$ หน่วย | 3. $\frac{22}{5}$ หน่วย |
| 4. $\frac{23}{5}$ หน่วย | 5. $\frac{24}{5}$ หน่วย | |

15. กำหนดให้ A, B และ C เป็นจุดในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ จงพิจารณาข้อความ 4 ข้อความต่อไปนี้

(ก) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$

(ข) $|\vec{AB} \cdot \vec{BC}| \leq |\vec{AB}| |\vec{BC}|$

(ค) $\vec{AB} \times \vec{BC} = \vec{CA} \times \vec{BA}$

(ง) $\vec{AB} \cdot (\vec{BC} \times \vec{CA}) = \vec{CA} \cdot (\vec{AB} \times \vec{BC})$

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|------------------------------|------|------|
| 1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูกต้อง) | 2. 1 | 3. 2 |
| 4. 3 | 5. 4 | |

16. กำหนดให้ $\alpha, \beta \in [-\pi, 0]$ ถ้า $\sin \alpha + \sin \beta = -\frac{2}{3}$ และ $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

แล้ว $\alpha + \beta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1. $-\frac{\pi}{6}$ | 2. $-\frac{\pi}{3}$ | 3. $-\frac{2\pi}{3}$ |
| 4. $-\frac{4\pi}{3}$ | 5. $-\frac{5\pi}{3}$ | |

17. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $|x^2 + 5x + 5|^{(x-5)} = 1$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

(ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|------------------|-------------------|------|
| 1. -5 | 2. $-\frac{5}{2}$ | 3. 0 |
| 4. $\frac{5}{2}$ | 5. 5 | |

18. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $4^x + 2^4 = 65(2^{x-1})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

(ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|-------|-------------------|------------------|
| 1. -2 | 2. $-\frac{1}{2}$ | 3. $\frac{3}{2}$ |
| 4. 2 | 5. 4 | |

19. กำหนดระบบสมการ

$$2x + 3y + 3z = 28$$

$$2x + y + z = 12$$

$$x + y + z = 10$$

ถ้า $S = \{(a,b,c) \mid (a,b,c) \text{ เป็นคำตอบของระบบสมการที่กำหนด โดยที่ } a,b,c \text{ เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งอยู่ในช่วง } [-10,10]\}$

แล้วจำนวนสมาชิกของเซต S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. 13 | 2. 14 | 3. 15 |
| 4. 16 | 5. 17 | |

20. นักเรียนห้องหนึ่งมีจำนวน 30 คน สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้เกรด A 5 คน ได้เกรด B 15 คน และได้เกรด C 10 คน ถ้าสุ่มนักเรียน 3 คนจากห้องนี้แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนอย่างน้อย 1 คนที่ได้เกรด A เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1. $\frac{44}{203}$ | 2. $\frac{55}{203}$ | 3. $\frac{66}{203}$ |
| 4. $\frac{77}{203}$ | 5. $\frac{88}{203}$ | |

21. อายุการใช้งานของถ่านไฟฉายชนิดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ μ นาที และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ σ นาที ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ถ่านไฟฉายที่ใช้งานได้ นานระหว่าง $\mu - a\sigma$ และ $\mu + a\sigma$ นาที มีจำนวน 34% แล้วถ่านไฟฉายที่ใช้งานได้ นานระหว่าง $\mu - 2a\sigma$ และ $\mu + 2a\sigma$ นาที มีจำนวนคิดเป็นเปอร์เซ็นต์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ เมื่อกำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติดังนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

Z	0.215	0.34	0.44	0.68	0.88	0.99
พื้นที่	0.085	0.133	0.17	0.25	0.31	0.34

- | | | |
|---------|-------|-------|
| 1. 58.5 | 2. 62 | 3. 64 |
| 4. 68 | 5. 81 | |

22. ข้อมูลชุดที่ 1 คือ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ โดยที่ $x_i = 3 - \frac{i}{5}$ ทุก i

ข้อมูลชุดที่ 2 คือ $y_1, y_2, y_3, \dots, y_9$ โดยที่ $y_j = |a - j|$ ทุก j

เมื่อ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $\sum_{i=1}^9 (x_i - a)^2$ มีค่าน้อยที่สุด

ถ้า b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $\sum_{j=1}^9 |y_j - b|$ มีค่าน้อยที่สุด

แล้ว b มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | | | | |
|----|---|----|---|----|---|
| 1. | 1 | 2. | 2 | 3. | 3 |
| 4. | 4 | 5. | 5 | | |

23. กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นปฏิยานุพันธ์ของ $2x+5$

และความชันของเส้นโค้ง $y = g(x)$ ที่จุด (x, y) ใดๆคือ $3x^2$

ถ้ากราฟของฟังก์ชัน f และ g ตัดกันที่จุด $(1, 2)$

แล้ว $\left(\frac{f}{g}\right)'(1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | | | | |
|----|----|----|----|----|---|
| 1. | -5 | 2. | -2 | 3. | 1 |
| 4. | 2 | 5. | 5 | | |

24. กำหนดให้ $g(x)$ เป็นฟังก์ชันซึ่งมีอนุพันธ์ที่ทุกจุด และ $f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{1-x^2} & ; x < -1 \\ g(x) & ; -1 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{2x-3} & ; x > 2 \end{cases}$

ถ้า f ต่อเนื่องที่ทุกจุด แล้ว $\int_{-1}^2 g'(x) dx$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | | | | |
|----|----------------|----|----------------|----|---|
| 1. | $-\frac{3}{2}$ | 2. | $-\frac{1}{2}$ | 3. | 0 |
| 4. | $\frac{1}{2}$ | 5. | $\frac{3}{2}$ | | |

25. กำหนดให้ $a_n = \frac{n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$ และ $b_n = \frac{n}{2+4+6+\dots+2n}$

จะได้ว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$ เป็นอนุกรมดังข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 1. มีผลบวกเท่ากับ $-\frac{1}{2}$ | 2. มีผลบวกเท่ากับ 0 |
| 3. มีผลบวกเท่ากับ 1 | 4. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{1}{2}$ |
| 5. ลู่ออก | |

26. กำหนดให้ $S = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ และ $M = \left\{ \left[\begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & a_4 & a_5 \\ 0 & 0 & a_6 \end{array} \right] \mid a_i \in S, 1 \leq i \leq 6 \right\}$

ลุ่มหิบบเมทริกซ์จากเซต M มา 1 เมทริกซ์ ความน่าจะเป็นที่จะได้เมทริกซ์ ซึ่งค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมทริกซ์นั้นเท่ากับ 27 หรือ -27 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------|
| 1. $\frac{2}{6^3}$ | 2. $\frac{4}{6^3}$ | 3. $\frac{6}{6^3}$ |
| 4. $\frac{8}{6^3}$ | 5. $\frac{10}{6^3}$ | |

27. ถ้า A และ B เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน โดยที่

$$A = \{ z \mid |z-1| + |z-5| = 6 \} \text{ และ } B = \{ z \mid ||z-1| - |z-7|| = 4 \}$$

แล้วจำนวนสมาชิกของ $A \cap B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|------|-------------------------|------|
| 1. 0 | 2. 1 | 3. 2 |
| 4. 3 | 5. มากกว่าหรือเท่ากับ 4 | |

28. กำหนดลำดับซึ่งประกอบด้วยจำนวนเต็มบวกทุกจำนวนที่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว เรียงจากน้อยไปหามาก ถ้าผลบวกของ n พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับ 9000 แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|--------|--------|--------|
| 1. 100 | 2. 110 | 3. 120 |
| 4. 130 | 5. 140 | |

29. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

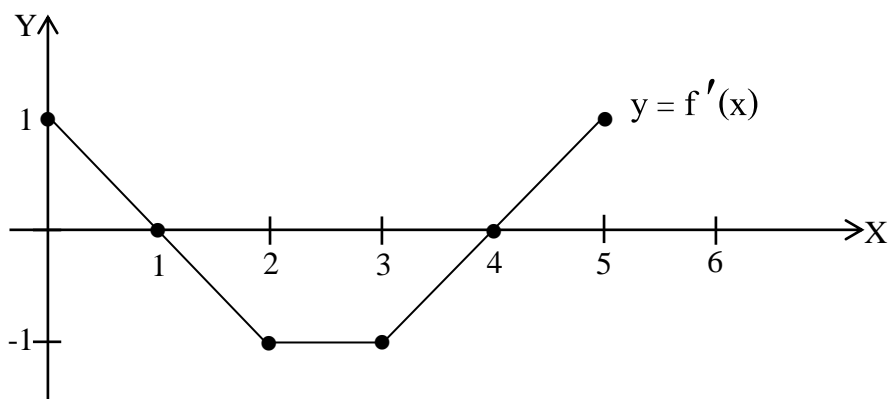
$$B = \{p(x) \mid p(x) = ax^2 + bx + c \text{ เมื่อ } a, b, c \in A\}$$

กลุ่มหีบ $p(x)$ มาหนึ่งตัวจากเซต S ความน่าจะเป็นที่จะได้ $p(x)$ ซึ่ง $\int_0^1 p(x) dx$ มีค่าเป็น

จำนวนเต็ม เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1. $\frac{1}{12}$ | 2. $\frac{2}{12}$ | 3. $\frac{3}{12}$ |
| 4. $\frac{4}{12}$ | 5. $\frac{5}{12}$ | |

30. กำหนดให้กราฟของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f เป็นดังรูป



นักเรียนคนหนึ่งได้สรุปว่า f ต้องเป็นดังข้อความต่อไปนี้

- (ก) $f(x) = -x$ เมื่อ $2 < x < 3$
- (ข) f เป็นฟังก์ชันลด เมื่อ $0 < x < 2$
- (ค) f มีจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ที่จุด $x = 4$
- (ง) f มีจุดสูงสุดสัมพัทธ์ที่จุด $x = 1$

จำนวนข้อความที่นักเรียนคนนี้สรุปได้อย่างถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ 7 วิชาสามัญ 56)

- | | |
|--------------------------|------|
| 1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก) | 2. 1 |
| 3. 2 | 4. 3 |
| 5. 4 | |

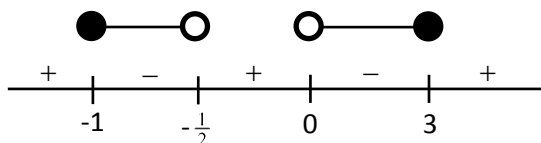
เฉลยข้อสอบ 7 วิชาสามัญ ปีการศึกษา 2556

ตอนที่ 1 แบบบรรยายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

1. ตอบ 4

$$\text{จากอสมการ } \frac{(x+1)(x-3)}{x(2x+1)} \leq 0$$

สามารถเขียนเส้นจำนวนได้ดังรูป



ดังนั้นจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับอสมการดังกล่าวมี 4 จำนวนคือ $-1, 1, 2, 3$ นั่นเอง

หลักในการแก้สมการพหุนาม

1. ทำให้ข้างใดข้างหนึ่งเป็น 0
 2. ทำให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่มีกำลังมากที่สุดเป็น +
 3. แยกตัวประกอบ
 4. เขียนเส้นจำนวน
- ** ระวัง!!! ค่า x ที่ทำให้ส่วนเป็น 0 ต้องเป็นช่วงเปิด

2. ตอบ 25

จากที่เรารู้ว่า $2i$ เป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$

$\therefore -2i$ จะเป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$ ด้วย

เนื่องจาก $P(x)$ เป็นพหุนามกำลัง 3 ดังนั้นจะต้อง

มีคำตอบของสมการ $P(x) = 0$ อีกคำตอบหนึ่งด้วย

สมมติให้ตัวประกอบอีกตัวหนึ่งคือ $mx + n$

นั่นคือ $P(x) = (x - 2i)(x + 2i)(mx + n)$

ดังนั้น $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 12 = (x^2 - 4i^2)(mx + n) = (x^2 + 4)(mx + n)$

• เมื่อเทียบสัมประสิทธิ์ของ x^3 เลยทำให้เราได้ว่า $m = 2$

• เมื่อเทียบสัมประสิทธิ์ของพจน์ค่าคงที่พจน์สุดท้าย เลยทำให้เราได้ว่า $n = 3$

สรุป : $P(x) = (x - 2i)(x + 2i)(2x + 3) = (x^2 + 4)(2x + 3)$

ดังนั้น $P(1) = (1 + 4)(2 + 3) = 25$

ทฤษฎีที่เกี่ยวกับรากของสมการพหุนาม

กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์

เป็นจำนวนเต็ม หากเรารู้ว่าจำนวนเชิงซ้อน z เป็น

คำตอบของสมการ $P(x) = 0$ แล้ว เราจะได้ว่า

\bar{z} จะเป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$ ด้วย ^^

3. ตอบ 0.75

จาก $2b = 3a$ จะได้ว่า $b = \frac{3}{2}a$

จากกฎของไซน์ $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$ จะได้ว่า

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin 2A}{\frac{3}{2}a} \quad \text{นั่นคือ} \quad \sin A = \frac{\sin 2A}{\frac{3}{2}}$$

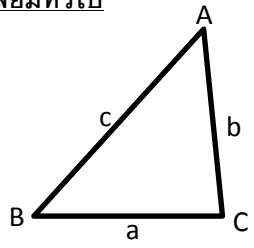
แต่จาก $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{3}{2} \sin A = 2 \sin A \cos A$$

$$\text{นั่นคือ} \quad \cos A = \frac{3}{4} = 0.75 \quad \text{นั่นเอง}$$

กฎของไซน์สำหรับสามเหลี่ยมทั่วไป

สามเหลี่ยม ABC ที่มี
ความยาวด้านตรงข้าม
มุม A, B, C คือ a, b, c
ตามลำดับ เราจะได้ว่า



กฎของไซน์ คือ $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

หมายเหตุ : $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$ นะครับ :))

4. ตอบ 8

$$\text{จาก} \quad (\vec{v} \times \vec{u}) \cdot \vec{w} = (\vec{w} \times \vec{v}) \cdot \vec{u}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad (\vec{v} \times \vec{u}) \cdot \vec{w} &= (-\vec{v} \times \vec{w}) \cdot \vec{u} \\ &= (-\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}) \cdot (2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}) \\ &= (-1)(2) + (-2)(1) + (-4)(-3) \\ &= 8 \end{aligned}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างการ dot และการ cross

สำหรับเวกเตอร์ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ ใดๆ เราจะได้ว่า

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{w} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = \vec{v} \cdot (\vec{w} \times \vec{u})$$

(นั่นคือ เวกเตอร์สามารถเลื่อนไปทางขวาได้ 1 ตำแหน่ง
ทั้ง 3 เวกเตอร์ในทางเดียวกันในทำนองว่าเป็น loop
โดยที่เครื่องหมาย \cdot และเครื่องหมาย \times ยังต้องอยู่ที่เดิม)

หมายเหตุ

1. สำหรับเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} ใดๆ เราจะได้ว่า $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$
2. ถ้า $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ และ $\vec{v} = d\vec{i} + e\vec{j} + f\vec{k}$ จะได้ว่า $\vec{u} \cdot \vec{v} = ad + be + cf$

ความรู้เพิ่มเติม 1 : ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการดำเนินการตามแถว

การดำเนินการตามแถว (Row Operation) คือกระบวนการที่เราจะปรับรูปแบบของเมทริกซ์เพื่อให้ได้เมทริกซ์ใหม่ที่สะดวกต่อการคำนวณมากขึ้น มีอยู่ด้วยกัน 3 ลักษณะคือ

1. คูณแถวที่ i ด้วยค่าคงที่ k (เมื่อ $k \neq 0$) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ kR_i
2. สลับแถวที่ i กับแถวที่ j เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ R_{ij}
3. คูณแถวที่ i ด้วยค่าคงที่ k (เมื่อ $k \neq 0$) แล้วนำไปบวกกับแถวที่ j (แถวที่ j จะเปลี่ยนแปลง)
เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $kR_i + R_j$

โดยเราจะใช้เครื่องหมาย \sim แทนการดำเนินการตามแถวในแต่ละขั้นตอน และเขียนกำกับไว้ทุกขั้นตอน

เช่น กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

• ถ้าเมทริกซ์ $A \sim B$ โดยการดำเนินการ $-2R_3$ จะได้ว่า $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & -6 & -8 \end{bmatrix} -2R_3$

• ถ้าเมทริกซ์ $B \sim C$ โดยการดำเนินการ $2R_1 + R_2$ จะได้ว่า $C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 4 & 7 & -4 \\ 0 & -6 & -8 \end{bmatrix} 2R_1 + R_2$

• ถ้าเมทริกซ์ $C \sim D$ โดยการดำเนินการ R_{23} จะได้ว่า $D = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & -6 & -8 \\ 4 & 7 & -4 \end{bmatrix} R_{23}$

ความรู้เพิ่มเติม 2 : การแก้ระบบสมการกับการดำเนินการตามแถว

$$a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = \mathbf{b}_1$$

จากระบบสมการ $a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = \mathbf{b}_2$

$$a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = \mathbf{b}_3$$

เราสามารถเขียนเป็นเมทริกซ์แต่งเติม (Augmented Matrix) ได้เป็น $\left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \mathbf{b}_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \mathbf{b}_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \mathbf{b}_3 \end{array} \right]$

ซึ่งไม่ว่าเราจะใช้การดำเนินการตามแถวทั้ง 3 แบบที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น กับเมทริกซ์แต่งเติมนี้
อย่างไรก็ตาม เราจะได้ว่า คำตอบของระบบสมการจะไม่เปลี่ยนแปลง

5. ตอบ 17

จากระบบสมการที่โจทย์กำหนดให้ $\begin{cases} x - 2y + 3z = a \\ x - 3y = b \\ 2x - 5y + 5z = c \end{cases}$ เขียนเป็นเมทริกซ์ได้เป็น $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & a \\ 1 & -3 & 0 & b \\ 2 & -5 & 5 & c \end{array} \right]$

แต่โจทย์กำหนดให้ $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & a \\ 1 & -3 & 0 & b \\ 2 & -5 & 5 & c \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$ แสดงว่าระบบสมการจะไม่เปลี่ยนแปลง

ซึ่งจาก $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$ จะทำให้เราได้ว่า $z = 2$, $y + 3z = 5$ และ $x - 2y + 3z = 9$

นั่นคือ $x = 1$, $y = -1$ และ $z = 2$

ซึ่งจากโจทย์จะได้ว่า $c = 2x - 5y + 5z = 2(1) - 5(-1) + 5(2) = 17$

6. ตอบ 12

$$\begin{aligned}
& (\log_7 625)(\log_5 343) \\
&= \frac{\log 625}{\log 7} \times \frac{\log 343}{\log 5} \\
&= \frac{\log 5^4}{\log 7} \times \frac{\log 7^3}{\log 5} \\
&= \frac{4\log 5}{\log 7} \times \frac{3\log 7}{\log 5} = 12
\end{aligned}$$

สมบัติของ log สำหรับข้อนี้

กำหนดให้ $x > 0, a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$

และ n เป็นจำนวนจริงใดๆ

1. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ เมื่อ b คือฐาน log ใหม่ที่ต้องการ

2. $\log_a x^n = n \log_a x$

7. ตอบ 0.20

จากตารางที่กำหนดให้ ต้องการความถี่

จากความถี่สะสมก่อน ดังตาราง

ดังนั้นนักเรียนทั้งหมดมี 200 คน

และมีนักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง

50-59 คะแนนทั้งหมด 40 คน

ดังนั้น เมื่อสุ่มนักเรียนมา 1 คน

ความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่ได้

คะแนนสอบ	ความถี่สะสม (คน)	ความถี่
10 - 19	10	10
20 - 29	35	25
30 - 39	80	45
40 - 49	145	65
50 - 59	185	40
60 - 69	195	10
70 ขึ้นไป	200	5

คะแนนสอบในช่วง 50-59 คะแนน เท่ากับ $\frac{40}{200} = 0.20$

8. ตอบ 720

โจทย์กำหนดให้เลข 3 ทั้งสองตัวต้องอยู่ติดกัน

เราจึงต้องมัดเลข 3 ทั้ง 2 ตัวไว้ด้วยกัน ดังนี้

$$\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{3,3}, \boxed{4}, \boxed{5}, \boxed{6}$$

ดังนั้นการสร้างจำนวนที่มี 7 หลัก จากเลขโดด

7 ตัว ดังกล่าว ก็คือการสลับของที่แตกต่างกัน

ทั้งหมด 6 ชั้นนั่นเอง ซึ่งสามารถทำได้

$$6! = 720 \text{ วิธี นั่นเอง}$$

หลักการพื้นฐานของการเรียงของติดกัน

หากเราต้องการให้สิ่งของใดอยู่ติดกัน ให้มัดรวมของเหล่านั้น

อยู่ด้วยกัน แล้วนับว่าเป็นของเพียง 1 ชิ้น และอย่าลืมคิด

ด้วยว่า ของที่เรามัดอยู่ติดกันนั้นสามารถสลับตำแหน่งกัน

ได้ด้วย **ยกเว้น!!!** ของที่เรามัดติดกันนั้นมันเหมือนกัน

เพราะของเหมือนกันสลับที่กันไม่ทำให้เกิดวิธีใหม่ะครับ^^

9. ตอบ 3

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{n^2+2} - \frac{n^2}{n+3} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3(n+3) - n^2(n^2+2)}{(n^2+2)(n+3)} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^4 + 3n^3 - n^4 - 2n^2}{n^3 + 3n^2 + 2n + 6} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^3 - 2n^2}{n^3 + 3n^2 + 2n + 6} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 - \frac{2}{n}}{1 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2} + \frac{6}{n^3}} \right) \\ &= 3 \end{aligned}$$

หลักการพื้นฐานของการหาขีดจำกัดของลำดับ
 ให้ดูดีกรีที่มากที่สุดของเศษและส่วน

- ถ้า เศษ < ส่วน : ลิมิตจะตอบ 0
 เช่น $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{2n^2-3} = 0$
- ถ้า เศษ > ส่วน : ลิมิตจะตอบไม่มีค่า(เป็นจำนวนจริง)
 เช่น $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3-5n+1}{n^2+4n+10} = \text{ไม่มีค่า}$
- ถ้า เศษ = ส่วน : ลิมิตจะตอบค่าส.ป.ส. เศษ ÷ ส่วน
 เช่น $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2-9n+18}{2n^2+6n-11} = \frac{5}{2}$

หมายเหตุ : ถ้าเป็น 'ไม่มีค่า'—'ไม่มีค่า' จะยังสรุปไม่ได้
 ต้องจัดรูปใหม่ก่อนเสมอ แล้วจึงหาค่าของลิมิตใหม่อีกครั้ง

10. ตอบ 12

จาก $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$
 จะได้ว่า $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$
 ให้ $f'(x) = 0$ เพื่อหาค่าวิกฤต
 จะได้ว่า $3(x^2 + 2x - 3) = 0$
 นั่นคือ $(x+3)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -3$ หรือ $x = 1$
 แต่ต้องระวัง !!! เพราะข้อนี้โจทย์
 กำหนดให้เราพิจารณาในช่วง $[-1, 2]$
 ดังนั้นค่าวิกฤตจึงคิดเฉพาะ $x = 1$
 เพราะว่า $f(1) = -4$, $f(-1) = 12$ และ $f(2) = 3$
 ดังนั้น ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ บนช่วง $[-1, 2]$ มีค่าเท่ากับ 12

หลักการพื้นฐานของการหาสุดขีดสัมบูรณ์
 ในการหาค่าสุดขีดสัมบูรณ์ของ f บนช่วง $[a, b]$

ขั้นที่ 1 : หาค่าวิกฤตทั้งหมดของฟังก์ชัน f โดยหา
 ได้จาก $f'(x) = 0$ แต่จะพิจารณาเฉพาะ
 ค่าวิกฤตที่อยู่ในช่วง $[a, b]$ เท่านั้นนะครับ

ขั้นที่ 2 : หาค่าของฟังก์ชันที่ตำแหน่งค่าวิกฤต

ขั้นที่ 3 : หาค่าของฟังก์ชันที่ตำแหน่ง $x = a$ และ $x = b$

ขั้นที่ 4 : เปรียบเทียบค่าที่ได้จากขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3

ค่าที่มากที่สุด = ค่าสูงสุดสัมบูรณ์
 ค่าที่น้อยที่สุด = ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์